Chapitre 4: Repérage dans le plan

I –Notion de vecteur :

Définition 1 : Dire que deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ (avec $A \neq B$ et $C \neq D$) sont égaux signifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont la même direction, le même sens et que les longueurs AB et CD sont égales.
Interprétation graphique

On note $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}$.
On dit dans ce cas que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont deux représentants du même vecteur $\vec{u}$.

Définition 2 : Lorsque les points A et B sont confondus, on dit que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur nul et on le note $\vec{0}$.

Théorème 1 : Les propositions suivantes sont équivalentes:
(a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
(b) ABCD est un parallélogramme
(c) Le point C est l'image du point D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Remarque : En notant $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur $\vec{u}$, on peut écrire $B = t_{\vec{u}}(A) ; C = t_{\vec{u}}(D)$.

Interprétation graphique:

Définition 3 : Soit $\vec{u}$ un vecteur, A et B deux points tels que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. La norme du vecteur $\vec{u}$, notée $\|\vec{u}\|$ est la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$. On a $\|\overrightarrow{AB}\| = AB$.

Théorème 2 (Relation de Chasles) : Soit A, B et C trois points du plan alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Cette relation permet de définir la somme de deux vecteurs.

Représentation graphique :

Définition 4 : Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur, on appelle opposé de $\overrightarrow{AB}$ le vecteur noté $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

Représentation graphique :

II - Bases et repères :

Soit O, I et J trois points non alignés du plan .

1. <u>Base :</u>
   Définition 4 : Les deux vecteurs $\overrightarrow{OI}$ et $\overrightarrow{OJ}$ forment une **base** .
   Si les deux vecteurs sont de longueur 1, la base est dite **normée** .
   Si les deux vecteurs sont orthogonaux, la base est dite **orthogonale** .
   Si les deux vecteurs sont orthogonaux et de longueur 1, la base est dite **orthonormale**.

2. Repère :
   Définition 5 : $(O; \vec{OI}, \vec{OJ})$ est un repère du plan .
   Si la base est normée , le repère est dit **normée .**
   Si la base est orthogonale , le repère est dit **orthogonal**
   Si la base est orthonormale, le repère est dit **orthonormal .**
3. Coordonnées des points et des vecteurs

a. Coordonnées d'un point :

Théorème 2 **:** si $(O; \vec{OI}, \vec{OJ})$ est un repère du plan alors tout point M du plan admet pour coordonnées dans ce repère un unique couple $(x ; y)$ tel que $\vec{OM} = x\vec{OI} + y\vec{OJ}$

Exemples :

b. Coordonnées d'un vecteur

Théorème 3 : Si $(O; \vec{OI}, \vec{OJ})$ est un repère du plan alors le vecteur on a $\vec{AB} = (x_B - x_A)\vec{OI} + (y_B - y_A)\vec{OJ}$ et $\vec{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$

Démonstration :

Exemples

c. Coordonnées du milieu d'un segment

Théorème 4 : Si I est le milieu d'un segment [AB] alors I vérifie $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$
et I a pour coordonnées $\left(\frac{x_A + x_B}{2} ; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Démonstration :

Exemple :
d. Longueur d'un segment ou norme d'un vecteur :

Théorème 5 : soit [AB] un segment tel que le vecteur $\vec{AB}$ a pour coordonnées $(x_B - x_A ; y_B - y_A)$, la longueur du segment (ou du vecteur) notée AB est égale à $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Démonstration :

Exemples :