2de	Corrigé du DS n° 2

Exercice 1

1. La fonction f est définie sur l'intervalle $[-5\,;\,5]$.
2. a. $f(3)=-5$ et $f(-1)=0$.
   b. L'image de -4 par la fonction f est $f(-4)=-1$.
3. a. Les antécédents de -3 par la fonction f sont $-4{,}3$; 0 et 3,5 (valeurs approchées).
   b. -7 est un nombre ayant exactement deux antécédents.
4. a. La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-5\,;\,-2{,}5]$, décroissante sur l'intervalle $[-2{,}5\,;\,2]$ et croissante sur l'intervalle $[2\,;\,5]$.
   b.

Tableau de variation de la fonction f :

x	-5	$-2{,}5$	2	5
$f(x)$	-9 ↗	$2{,}3$ ↘	-7 ↗	7

5. a . Le maximum de la fonction f sur l'intervalle I est 7
   b. $[1\,;\,3]$ est un intervalle sur lequel le minimum de la fonction f est égal à – 7.

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=4x^2-7x-4$.

1. Voir l' annexe 2 .
2. $f(21)=4\times 21^2-7\times 21-4=1613$; $f(x_M)\neq y_M$ donc le point M n'appartient pas à la courbe (C_f).
3. $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=4\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-7\times\dfrac{2}{3}-4=4\times\dfrac{4}{9}-\dfrac{14}{3}-4=\dfrac{16}{9}-\dfrac{42}{9}-\dfrac{36}{9}=-\dfrac{62}{9}$ $\qquad f\left(\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{62}{9}$

   $f(\sqrt{5})=4(\sqrt{5})^2-7\sqrt{5}-4=20-7\sqrt{5}-4=16-7\sqrt{5}$ $\qquad f(\sqrt{5})=16-7\sqrt{5}$

4. $f(-2)=4(-2)^2-7\times(-2)-4=16+14-4=26$
   $f(-2)=26$ donc le nombre –2 est un antécédent de 26 par la fonction f.

Exercice 3 (question de cours)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$.
Soit a et b deux nombres appartenant à l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ avec $a\neq b$.

$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\dfrac{b^2-a^2}{b-a}=\dfrac{(b-a)(b+a)}{b-a}=b+a$ donc $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=b+a$.

Signe de $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$:

$a\in[0\,;\,+\infty[$ et $b\in[0\,;\,+\infty[$ donc $a\geq 0$ et $b\geq 0$ et par suite $a+b\geq 0$ d'où $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}\geq 0$.

On peut conclure que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

Exercice 4

1. a. $h(x)=\dfrac{3}{x}+2$. b. $k(x)=\dfrac{3}{x+2}$.

2. a . et b. voir les annexes 3 et 4.

   c. Pour déterminer par le calcul l'antécédent de $\dfrac{3}{4}$, on résout l'équation $g(x)=\dfrac{3}{4}$:

   $g(x)=\dfrac{3}{4}$ équivaut à $\dfrac{3}{x+2}=\dfrac{3}{4}$ ce qui équivaut à $3(x+2)=3\times 4$ c'est-à-dire $3x+6=12$.
   $3x+6=12$ donne $3x=6$ d'où $x=2$.

   Conclusion : le nombre 2 est le seul antécédent de $\dfrac{3}{4}$ par la fonction *g*.

   Voir la vérification graphique sur l'annexe 4.

Annexe 2

x	–2	–1	0	1	2	3	$\sqrt{5}$
$f(x)$	26	7	–4	–7	–2	11	0,35

Annexe 3

x	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$g(x)$	3	2	1,5	1,2	1	0,86	0,75	0,67	0,6

Annexe 4